

א. (1) נמצא את משוואת המקום המקום הגאומטרי של נקודה C.

נקודה C נמצאת על המשיק לפרבולה (משיק AC), נקודה B מקבלת את אותם ערכי  $x$  שמקבלת נקודה A (מכיוון שהישר AB מקביל לציר ה- $y$ ) ונקודה C מקבלת את אותם ערכי  $y$  שמקבלת נקודה B (מכיוון שהישר BC מקביל לציר ה- $x$ ).

נסמן  $x_A = x_B = a$  וע"י שימוש במשוואת הפרבולה  $y^2 = 2px$  מתקיים:

$$A(a, \sqrt{2pa})$$

$$B(a, -\sqrt{2pa})$$

ולכן:

$$C(x_c, -\sqrt{2pa})$$

נעזר בנוסחת המשיק לפרבולה ונציב את נקודה A, נקבל  $y \cdot \sqrt{2pa} = p(x + a)$ , נבודד את  $y$  ונקבל:

נוסחת המשיק לפרבולה  
בנקודה  $(x_1, y_1)$  שעל  
הפרבולה:  
 $yy_1 = p(x + x_1)$

$$y = \frac{p}{\sqrt{2pa}}x + \frac{pa}{\sqrt{2pa}} \quad (1)$$

כפי שראינו, ערכי ה- $y$  של נקודות B ו- C זהים ולכן ע"י הצבת ערכי  $y$  של נקודה C במשוואה (1) נוכל לכתוב:

$$-\sqrt{2pa} = \frac{p}{\sqrt{2pa}}x + \frac{pa}{\sqrt{2pa}} \quad (2)$$

לאחר הוצאת מכנה משותף וכפל באלכסון נקבל:

$$-2pa = px + pa \quad (3)$$

ולכן קל לראות שמתקיים:

$$a = -\frac{x_c}{3} \quad (4)$$

נקודה C מקבלת את השיעורים  $(-3a, -\sqrt{2pa})$ .

אם מתקיים  $y_C = -\sqrt{2pa}$  וע"י בידודו של  $a$  נראה ש:

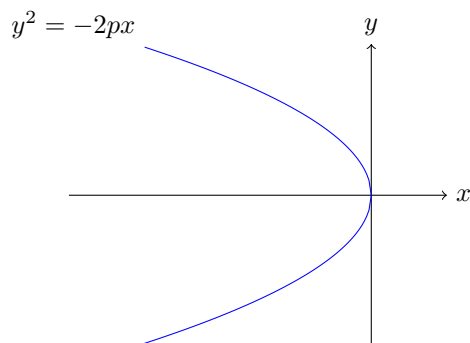
$$\frac{y_c^2}{2p} = a \quad (5)$$

ע"י השוואת (4) ו- (5) נקבל  $\frac{y_c^2}{2p} = \frac{-x_c}{3}$

ולכן המשוואה המקשרת בין ערכי  $y$  לערכי  $x$  עבור נקודה C היא:

$$y^2 = -\frac{2}{3}px$$

(2) בשאלה נתון  $p > 0$  ולכן המשוואה של נקודה C מתארת פרבולה קונונית הפונה לצד שמאל בגלל סימן המינוס.



ב. נעזר בקשר בין הזווית לשיפוע. נתון  $y_C = -2p$  ולכן נוכל למצוא את נקודה C.

מתקיים:

$$(-2p)^2 = -\frac{2}{3}px_C$$

לאחר בידודו של  $x_C$  נקבל:

$$x_C = -6p$$

ולכן  $C(-6p, -2p)$  סימנו  $x_A = a$  ולכן  $x_A = a$  ו-  $x_A = -\frac{x_C}{3} = \frac{-6p}{-3} = 2p$ . נקודה  $A(2p, 2p)$ .  $y_A = \sqrt{2pa} = \sqrt{2p \cdot 2p} = 2p$

זכור:

$$\tan(\alpha) = m$$

$$m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$$



נחשב את השיפוע בין נקודה A לנקודה C:

$$m_{AC} = \frac{2p - (-2p)}{2p - (-6p)} = \frac{1}{2}$$

ולכן:

$$\tan(\alpha) = \frac{1}{2}$$

הזווית היא:

$$\alpha = \arctan\left(\frac{1}{2}\right) = 26.56^\circ$$